Institut National de Statistique
Et d'Economie Appliquée
I.N.S.E.A - Rabat

INSEA

Concours d'Accès en Première Année
Cycle des Ingénieurs d'Etat
2012-2013

Date : **17-07-2012** Epreuve : **Analyse** Durée : 1 H 30 m

Les parties I et II : A) et B) sont indépendantes.

Partie I

Soit f la fonction 2π-périodique et impaire qui coincide avec $\sin(\frac{x}{2})$ sur $[0,\pi[$.

a) Ecrire la série de Fourier de f.

b) En utilisant l'identité de Parseval, en déduire la valeur de la série $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{(4k^2-1)^2}$

c) Est-ce que la série trouvée dans la partie a) converge uniformément vers f ?

Justifiez votre réponse.

Partie II

A)

Pour $x \in \mathbb{R}_+$ et $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, on pose $f_n(x) = \frac{xe^{-nx}}{\ln(n)}$ et $S(x) = \sum_{n=2}^{+\infty} f_n(x)$

a) Etudier la convergence simple ,normale et uniforme de la série $\sum f_n$ sur $\mathbb{R}_+$.

b) Montrer que S est de classe C^1 sur $\mathbb{R}_+^*$.

c) Montrer que S n'est pas dérivable à droite de 0.

d) Montrer que $x^k S(x)$ tend vers 0 en $+\infty$ pour tout $k \in \mathbb{N}$.

B)

On considère l'intégrale $\int_0^{+\infty} \frac{dt}{t^{\alpha}(t+1)^{\beta}\ln(t+2)}$

Pour quelles valeurs de α et de β cette intégrale est -elle convergente ?